

4. В.К. Ткаченко. Метод расчета трубных решеток теплообменников с прямыми трубками. – Сб. "Исследование и расчет напряжений в деталях машин и конструкциях". М.: Наука, 1966.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ФЛАТТЕРА ЛОПАТОК КОМПРЕССОРОВ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Веденеев В.В.

(Научно-технический центр им. А.Люльки, НПО "Сатурн")

Применяемые на практике методы прогнозирования флаттера компрессорных лопаток можно разделить на две группы. К одной относятся методы, основанные на простейших эмпирических оценках одного или двух параметров системы (например, числа Струхала). Ко второй группе относятся вероятностно-статистические методы [1], существенно более точные, но требующие большого числа предварительно проведенных экспериментальных исследований флаттера. Эффективно применяемые на практике расчетные методы прогнозирования флаттера в настоящий момент отсутствуют.

В предлагаемой работе проводится построение такого метода. Он основан на интеграции распространенного пакета численного моделирования MSC.Nastran с собственной программой, выполняющей газодинамический расчет. Полученный программный комплекс предназначен для вычисления собственных частот совместных колебаний лопатки и потока газа, от расположения которых на комплексной плоскости зависит наличие или отсутствие флаттера.

### 1. Введение

Среди всех опасных колебаний лопаток осевых компрессоров, проходящих с большой амплитудой и приводящих к усталостным разрушениям, можно выделить четыре наиболее часто встречающихся вида:

- Резонансные колебания, вызванные окружной стационарной неравномерностью потока (газодинамическими следами от направляющих аппаратов, стоек и т.д.)
- Нерезонансные колебания, вызванные вращающимся срывом
- Нерезонансные колебания, вызванные турбулентными пульсациями потока
- Флаттер

Каждый вид колебаний имеет свои физические механизмы возбуждения и методы борьбы с ними. Рассмотрим подробнее явление флаттера.

Представим, что лопатка, обтекаемая потоком газа, под действием каких-либо причин начинает совершать гармонические колебания. Они, в свою очередь, возбуждают звуковые волны в газе, и через некоторое время вся система лопатка-поток становится колеблющейся около своего положения равновесия. Рассмотрим распределение давления на колеблющуюся лопатку. Если за период колебаний давление совершает над ней отрицательную работу, то колебания лопатки, а вслед за ней и потока являются затухающими. Если же эта работа положительна, то благодаря передаче энергии от потока к лопатке амплитуда колебаний будет возрастать. Это явление называется флаттером. В отличие от остальных видов колебаний, являющихся вынужденными колебаниями, флаттер представляет собой автоколебания системы лопатка-поток и не связан с каким-либо внешним периодическим возбуждением.

На практике флаттер проявляется в виде резкого увеличения амплитуды колебаний лопаток от уровня шума до недопустимо больших значений и приводит к усталостным поломкам лопаток в течение нескольких минут. Ввиду опасности возникновения флаттера положение об обязательной экспериментальной проверке на отсутствие флаттера всех авиационных газотурбинных двигателей включено в "Нормы прочности" ЦИАМ.

Существуют четыре основных метода прогнозирования флаттера:

1. Вычисление собственных частот совместных колебаний лопатки и потока газа. В силу неконсервативности системы эти частоты в общем случае являются комплексными. Критерием флаттера является наличие хотя бы одной собственной частоты, имеющей положительную мнимую часть.

2. Вычисление работы сил давления на периоде собственных колебаний лопатки. Критерием флаттера является превышение этой работы над работой сил демпфирования.

3. Вероятностно-статистические методы [1]. Они основаны на статистической обработке результатов экспериментальных исследований флаттера и построении в пространстве безразмерных параметров, характеризующих физические и геометрические свойства лопатки и потока (порядка 10-15 параметров), функций распределения вероятности флаттера и его отсутствия. При наличии этих функций прогнозирование флаттера проектируемых компрессоров сводится к применению методов математической статистики (например, принципа максимального правдоподобия).

4. Элементарные методы, заключающиеся в проверке грубых эмпирических критериев флаттера, имеющих вид оценки одного-двух безразмерных параметров системы.

В настоящее время на практике применяются элементарные методы и вероятностно-статистический метод, разработанный в ЦИАМ. Несмотря на успешное применение последнего для прогнозирования флаттера лопаток ряда двигателей, этот метод обладает тремя существенными недостатками:

– Необходимость сбора и обработки большого количества экспериментальных материалов

– Высокая вероятность ошибки прогноза флаттера для лопаток нетипичной формы (широкохордные лопатки, лопатки с искривленной осью и т.д.). Такими особенностями обладает большинство перспективных двигателей, разрабатываемых в России и за рубежом.

– Наличие зоны неопределенности, где метод не дает однозначного прогноза.

Поэтому ясно, что для создания перспективных высоконагруженных двигателей необходима разработка и применение расчетных методов прогнозирования флаттера (методы типа 1 и 2). До настоящего времени такие методы основывались на упрощенных моделях (например, балочная модель лопатки и квазистатическая аэродинамическая теория), поскольку лишь недавно появилась вычислительная техника, позволяющая решать такие задачи в трехмерной нестационарной постановке.

## 2. Постановка задачи

Предлагаемый метод основан на вычислении комплексных собственных частот совместных колебаний лопатки и потока газа. Как и для любой задачи на определение собственных частот, решение состоит из двух этапов:

1. Рассчитывается положение равновесия системы лопатка-поток, то есть решается задача статической аэроупругости. Поскольку лопатки являются достаточно жесткими и слабо деформируются под действием нагрузок, действующих на них при работе двигателя (хотя напряжения могут быть значительными), расчет для упрощения можно проводить в два этапа — сначала рассчитать обтекание недеформированной лопатки, а затем определить её напряженно-деформированное состояние под действием центробежных сил, давления и температуры. Так как деформации незначительны, геометрия межлопаточного канала меняется слабо, и обтекания недеформированной и деформированной лопаток можно считать совпадающими.

2. Рассматриваются линеаризованные уравнения движения системы около положения равновесия (уравнения малых возмущений), ищется решение, имеющее вид гармонических колебаний, то есть зависящее от времени как  $e^{-i\omega t}$ , где  $\omega$  — комплексная частота. После подстановки этой зависимости в уравнения для возмущений получаем задачу на собственные значения.

Положение равновесия, около которого происходят колебания, может быть определено в результате последовательного запуска какого-либо газодинамического пакета, например, Star-CD или LS-Dyna (для расчета обтекания недеформированной лопатки), и прочностного пакета, например, MSC.Nastran (для расчета напряженно-деформированного состояния лопатки). Далее будем полагать, что положение равновесия известно, и займемся изучением малых колебаний.

Система линеаризованных уравнений для возмущений состоит из двух блоков — уравнений движения лопатки и уравнений движения газа, связанных между собой граничных условиями на поверхности лопатки. Для лопатки будем использовать модель линейно упругого тела, для потока, который будем предполагать дозвуковым и безвихревым, — модель невязкого совершенного газа.

Уравнения движения лопатки в перемещениях (уравнения Ламе) и граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} -\rho\omega^2\vec{u} &= (\lambda + \mu)\text{grad div } \vec{u} + \mu\Delta\vec{u} \\ \vec{\sigma}(\vec{u}) &= \vec{p}(\vec{u}, \omega) |_{(x,y,z) \in \Gamma_1} \\ \vec{u} &= 0 |_{(x,y,z) \in \Gamma_2} \end{aligned}$$

Здесь  $\vec{u}$  — форма колебаний лопатки (вектор перемещений),  $\rho$ ,  $\lambda$  и  $\mu$  — плотность и коэффициенты Ламе материала,  $\vec{\sigma}$  — вектор напряжений, действующих на ее поверхности,  $\vec{p}$  — вектор давления со стороны газа,  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  — части поверхности лопатки, контактирующая с потоком и закрепленная соответственно,  $\Delta$  — оператор Лапласа.

Уравнение движения потенциального потока невязкого совершенного газа, условие непротекания на поверхности лопатки и выражение для давления имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\rho_0}{a_0^2}(-i\omega + v_0 \cdot \text{grad})^2 \varphi + (-i\omega\varphi + v_0 \cdot \text{grad}\varphi) \cdot \text{div} \left( \frac{\rho_0 \cdot v_0}{a_0^2} \right) - \text{grad}\rho_0 \cdot \text{grad}\varphi - \rho_0\Delta\varphi &= 0 \\ \frac{\partial\varphi}{\partial n} &= -i\omega u_n + v_0 \cdot \text{grad}u_n |_{(x,y,z) \in \Gamma_1} \\ \bar{p}(\vec{u}, \omega) &= \bar{n}\rho_0(-i\omega\varphi + v_0 \cdot \text{grad}\varphi) |_{(x,y,z) \in \Gamma_2} \end{aligned}$$

Здесь  $\varphi$  — потенциал возмущения,  $\rho_0$ ,  $v_0$  и  $a_0$  — плотность, скорость и скорость звука невозмущенного потока,  $n$  — направление внешней нормали к поверхности лопатки,  $u_n$  — нормальная компонента вектора перемещений лопатки,  $i$  — мнимая единица. Система должна быть дополнена следующими граничными условиями: отсутствием возмущений на входе в ступень, выходе из неё, а также внутренней и внешней стенках канала, заданием условий на вихревой пелене, сходящей с задней кромки лопатки и, если рассматривается отдельная лопатка, а не вся ступень — условием циклической симметрии потока.

Полученная система дифференциальных уравнений представляет собой задачу на собственные значения, решением которой являются собственные частоты  $\omega$  и формы колебаний ( $\vec{u}, \varphi$ ) системы лопатка-поток. Как было сказано выше, в силу неконсервативности (проявляющейся в том, что дифференциальный оператор системы уравнений не является самосопряженным) собственные частоты  $\omega$  являются комплексными. Критерием возникновения флаттера является наличие хотя бы одной собственной частоты  $\omega$ , имеющей положительную мнимую часть.

### 3. Дискретизация

Дискретизацию задачи на собственные значения выполним отдельно в упругой и аэродинамической части. Для упругой части используем метод конечных элементов, для аэродинамической — один из конечно-разностных методов. Ранее для дискретизации аэродинамической части уравнений планировалось использовать метод граничных элементов [2, 3], от которого пришлось отказаться по следующей причине. Его основное преимущество — снижение размерности задачи — теряется, если колебания происходят на неоднородном фоне (как обычно и бывает в компрессорах), поскольку в этом случае фундаментальные решения задачи в аналитическом виде неизвестны, а их численный расчет фактически не снижает, а повышает размерность задачи.

После дискретизации уравнения движения лопатки примут вид

$$(\omega^2 M + K + A(\omega))\vec{u} = 0,$$

где  $M$  и  $K$  — вещественные матрицы масс и жесткости,  $A(\omega)$  — комплекснозначная матрица аэродинамических сил,  $\vec{u}$  — вектор перемещений узлов конечно-элементной сетки лопатки.

Метод вычисления матрицы  $A(\omega)$  определяется методом дискретизации аэродинамической части уравнений. Физический смысл ее элементов  $a_{ij}(\omega)$  состоит в следующем. Пусть  $i$ -й узел, лежащий на поверхности лопатки, и функция формы, связанная с ним, совершают колебательные движения вдоль нормали к поверхности лопатки, а остальные узлы покоятся. Эти колебания возбуждают вынужденные колебания потока газа, при этом элемент  $a_{ij}(\omega)$  равен амплитуде колебаний давления газа на поверхность лопатки около  $j$ -го

узла, если  $i$ -й узел колеблется с единичной амплитудой. Перечислим основные свойства матрицы  $A(\omega)$ :

- не является симметричной матрицей;
- нелинейно зависит от частоты  $\omega$ ;
- отличны от нуля только элементы, соответствующие узлам, лежащим на поверхности лопатки

Приравнивая нуль определитель матрицы задачи на собственные значения, получаем частотное уравнение, решением которого являются собственные частоты колебаний:

$$\det(\omega^2 M + K + A(\omega)) = 0.$$

Это уравнение может решаться итерационными методами. Главная сложность при его решении — необходимость на каждой итерации вычислять матрицу  $A(\omega)$ , для чего нужно решать  $n$  задач о вынужденных колебаниях газа, где  $n$  — число узлов, лежащих на поверхности лопатки. Это обстоятельство существенно снижает скорость сходимости итерационного процесса и может ограничить допустимый размер сетки для приемлемого времени расчёта.

#### 4. Использование пакета MSC.Nastran

Основным преимуществом применения метода конечных элементов для решения упругой части системы уравнений является возможность использования распространённого инженерного пакета MSC.Nastran, который имеет встроенную процедуру решения SOL 145 задачи на собственные значения аэроупругих систем. Это обеспечивает:

- Возможность подготовки моделей в стандартных препроцессорах MSC.Patran или FEMAP
- Возможность использования единой модели для решения задач статической аэроупругости и прогнозирования флаттера

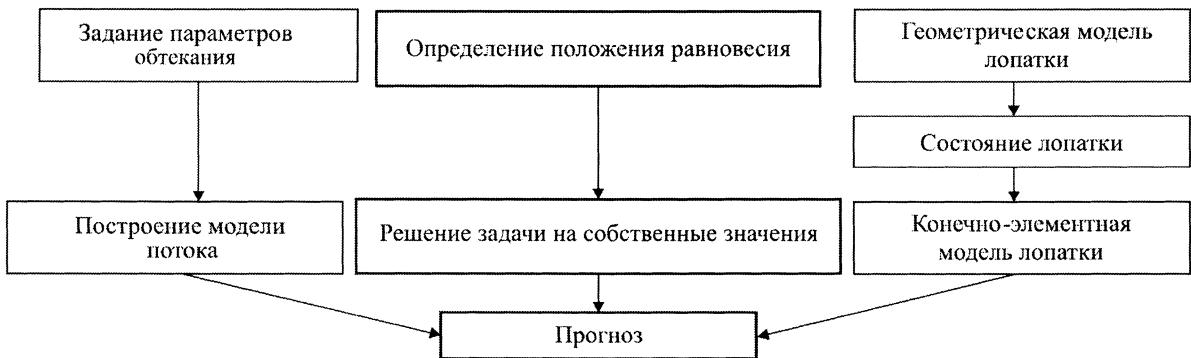
Недостатком использования MSC.Nastran являются слабые возможности расчета аэродинамической части задачи. В частности, некорректно рассчитывается давление на лопатку при больших углах атаки.

Для преодоления этой проблемы предлагается следующий выход. Пакет MSC.Nastran имеет возможность модификации процедуры решения частотного уравнения с помощью внутреннего языка программирования DMAP. Пользуясь им, можно заменить встроенную процедуру вычисления матрицы  $A(\omega)$  собственной подпрограммой, численно решающей полученную в разделе 2 аэродинамическую часть системы уравнений. Эта подпрограмма может быть написана на любом языке программирования и скомпилирована в виде отдельного исполняемого файла. При этом расчёт матриц масс и жёсткости, а также решение частотного уравнения можно проводить стандартными методами MSC.Nastran. Этот подход обладает следующими преимуществами:

- Возможность использования единой расчетной сетки для разных моделей потока газа
- Возможность учёта отрыва потока, перестройки ударно-волновой структуры и прочих особенностей обтекания путём использования усложнённых моделей газа
- Возможность учёта вязкоупругих свойств материала и конструкционного демпфирования в лопатке
- Возможность использования предложенного метода для решения научно-исследовательских задач и создания эффективных методов борьбы с флаттером
- Метод может применяться для прогнозирования флаттера любых аэроупругих систем.

#### Заключение

В работе разработан метод вычисления собственных частот колебаний аэроупругих систем. Положение равновесия, около которого происходят колебания, может быть определено в результате расчета обтекания недеформированной лопатки в каком-либо газодинамическом пакете, и расчета напряженно-деформированного состояния лопатки в MSC.Nastran. Собственные частоты колебаний могут быть получены в результате запуска решения SOL 145 MSC.Nastran, модифицированного предложенным образом. Создав программу, последовательно запускающую эти пакеты и обеспечивающую обмен данными между ними, получим программный комплекс для прогнозирования флаттера лопаток, структура которого имеет следующий вид:



### Список литературы

- Хориков А.А. Прогнозирование и диагностика флаттера лопаток осевых компрессоров авиационных ГТД// Труды ЦИАМ № 1311. М.: ЦИАМ, 2002. 352 с.
- Бенерджи П., Баттерфилд Р. Метод граничных элементов в прикладных науках. М.: Мир, 1984. 494 с.
- Р.Е. Лампер, В.Е. Левин. Методы конечных и граничных элементов в задачах динамики упругих сосудов с жидкостью// Известия РАН. ПММ. 2004. Т. 68, вып. 1. С. 91.

## ОЦЕНКА ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА ТРУБОПРОВОДОВ КМПЦ РБМК-1000

*Киреева В. А., Малов М. Ю., Чикунова Т.Н.  
(ФГУП «ГИ «ВНИПИЭТ»)*

В рамках работ по углубленной оценке безопасности (УОБ) ФГУП «ГИ «ВНИПИЭТ» выполнен ряд расчетов на прочность с использованием данных по фактическому состоянию и реальному нагружению трубопроводов за время их эксплуатации.

Выполнены расчеты трубопроводов большого диаметра Ду750, опускных, напорных и водоуравнительных трубопроводов Ду300, трубопроводов питательной воды и паропроводов I и II очередей ЛАЭС. По результатам расчетов прочности выполнена оценка остаточного ресурса. При выполнении оценки остаточного ресурса учтены требования Норм прочности ПНАЭ Г-7-002-86 [1], РД ЭО 0185-00 [2], рекомендации отчетов ИЦП МАЭ РФ в части учета коэффициентов концентрации, смещения кромок стыкуемых элементов, учета влияния водной среды на циклическую прочность, выполненных в рамках УОБ ЛАЭС.

В табл. 1 приводится перечень выполненных расчетов и краткая характеристика полученных результатов. Для некоторых систем трубопроводов в качестве иллюстрации отличий проектных условий эксплуатации от фактических условий эксплуатации, приведены оценки для обоих расчетных случаев.

Таблица 1

Система трубопроводов	Энерго блок	Оценка остаточного ресурса по статической прочности	Оценка остаточного ресурса по циклической прочности		Срок службы энергоблока на момент оценки остаточного ресурса
			Фактическая история нагружения	Проектная история нагружения	
Опускные трубопроводы Ду300	1	293	52	2	30
	2	486	126	18	25
	3	587	40	0,12	22,5
Трубопроводы большого диаметра Ду750	1	-	91,8	3,6	28
	2	-	107	13	25
	3	-	65,6	6,1	22,5
Трубопроводы питательной воды	1	79	1313	-	28
	2	37	596	-	29,5
Паропроводы	1	118	2027	-	28

Приведенные в табл. 1 цифры являются достаточно условными и получены, исходя из строгого следования принципам построения и терминологии РДЭО 0185-00 [2], по