Том XLVIII

# 2017

№ 1

УДК 533.6.013.42

# ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОМОДОВОГО ФЛАТТЕРА ПЛАСТИН РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ ПРИ МАЛОЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТИ

Ф. А. АБДУХАКИМОВ, В. В. ВЕДЕНЕЕВ

Одномодовый флаттер — один из типов панельного флаттера, который возникает при малой сверхзвуковой скорости без взаимодействия между модами колебания. В работе исследуется одномодовый флаттер тонких упругих пластин различной формы, которые обтекаются с одной стороны потоком совершенного идеального газа. При исследовании применяется энергетический метод. Рассмотрены пластины в форме прямоугольника, трапеции и параллелограмма. Получено, что для трапециевидных пластин, по сравнению с прямоугольными, границы флаттера изменяются незначительно. Для пластин в форме параллелограмма показано, что даже при малом угле скоса значительно повышается аэроупругая устойчивость.

Ключевые слова: панельный флаттер, одномодовый флаттер, одностепенной флаттер, флаттер пластины.

### введение

Панельный флаттер — явление потери устойчивости и интенсивных вибраций панелей обшивок летательных аппаратов, возбуждающихся при взаимодействии с потоком воздуха при больших скоростях полета. Обычно панельный флаттер приводит не к немедленному разрушению летательного аппарата, а к накоплению усталостных повреждений панелей или повышенному уровню шума, снижение которого возможно лишь дополнительным демпфированием панелей или использованием специальных шумопоглощающих материалов [1].

Существует два типа панельного флаттера. Первый из них, связанный флаттер, обусловлен взаимодействием двух собственных мод колебания. Данный тип панельного флаттера детально изучен с применением поршневой теории. При втором типе, одномодовом флаттере, не происходит



АБДУХАКИМОВ Фаррух Адхамович аспирант МГУ



ВЕДЕНЕЕВ Василий Владимирович доктор физикоматематических наук, заведующий лаборатории НИИ механики МГУ

слияния собственных частот и существенного изменения формы колебания. Одномодовый флаттер возникает при малой сверхзвуковой скорости, где поршневая теория неприменима, и поэтому необходимо использовать более сложные аэродинамические модели. Ранее считалось, что данный тип флаттера не может возникнуть в реальных конструкциях из-за его подавления конструкционным демпфированием, но последние исследования [2] доказывают возможность его возникновения.

Важной задачей является поиск способов подавления одномодового флаттера. В работе [3] исследовалось влияние конструкционного демпфирования на флаттер пластин. Было показано, что при учете демпфирования увеличивается



Рис. 1. Схематичное расположение панели общивки на поверхности крыла летательного аппарата (вид сверху)

длина пластины, а также уменьшается диапазон чисел Маха (М), при которых возникает флаттер. Однако для длинных пластин и пластин, созданных из легких материалов, уровень демпфирования, необходимый для подавления флаттера, настолько высок, что для его получения необходимы дополнительные демпфирующие механизмы.

Цель настоящей работы — исследовать возможность подавления одномодового флаттера путем придания панелям обшивок летательных аппаратов сложной формы. Другие факторы, в том числе влияние пограничного слоя, специально не учитываются для того, чтобы выделить влияние только данного фактора. Отметим, что флаттер пластины с учетом пограничного слоя исследуется в работах [4 — 10], где показано, что в ряде случаев он может эффективно подавлять флаттер.

Так как рассматривается отдельная панель обшивки, составляющая часть поверхности крыла (рис. 1), то предполагается, что скачок уплотнения перед ней не образуется и поток перед панелью локально однородный. При этом скачок уплотнения перед крылом не имеет значения в рассматриваемой локальной постановке задачи.

В данном исследовании применяется энергетический метод [11]. При возникновении одномодового флаттера потеря устойчивости происходит без взаимодействия между модами [2, 3], и для прогноза флаттера необходимо только определить аэродинамическое демпфирование каждой формы колебания. Его вычисление — чисто аэродинамическая задача. Таким образом, задачи теории упругости и аэродинамики разделяются: сначала рассчитываются собственные частоты и формы колебания панелей в пустоте, затем вычисляется аэродинамическое демпфирование каждой формы в предположении, что в пустоте и в потоке они совпадают. Описанный метод также применим для прогнозирования флаттера лопаток компрессоров газотурбинных двигателей и ряда других конструкций, динамические свойства которых под воздействием потока меняются незначительно [12, 13].

# 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследуется устойчивость тонкой упругой пластины, одна сторона которой обтекается однородным сверхзвуковым потоком идеального совершенного газа (рис. 2). Рассматриваются одиночные пластины, имеющие форму прямоугольника, трапеции и параллелограмма, шарнирно опертые по всем краям. Также рассматриваются бесконечные серии прямоугольных пластин, шарнирно связанных друг с другом, передние и задние кромки которых также шарнирно оперты.

Настоящая работа описывает метод расчета одномодового флаттера, апробированный [11] на двумерной задаче и показавший свою эффективность. При данном виде флаттера влияние потока газа на форму колебания пластины мало и сводится лишь к аэродинамическому демпфированию, положительному или отрицательному. Этот метод верифицируется на задаче о флаттере серии связанных шарнирно пластин, для которой известны результаты расчета флаттера в точной постановке [14], и затем применяется к расчету одиночных пластин различных форм.

Так как вещественная часть частоты и форма колебания известны из расчета колебаний пластины в пустоте, то движение пластины в потоке принудительно задается по собственной моде,



Рис. 2. Геометрическое описание задачи

и рассчитывается нестационарное обтекание пластины при ее заданных колебаниях. В результате решения вычисляется работа, совершенная силами давления на одном периоде колебаний. Критерием флаттера является положительность этой работы.

# 2. МЕТОД РАСЧЕТА ОДНОМОДОВОГО ФЛАТТЕРА

### 2.1. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД

Уравнение движения пластины [15] имеет вид:

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial z^4}\right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p = 0,$$
(1)

где w — прогиб пластины;  $D = \frac{Eh^3}{12(1-v^2)}$  — цилиндрическая жесткость; E — модуль Юнга;

v — коэффициент Пуассона;  $\rho$  — плотность материала; h — толщина пластины; p — давление, действующее на поверхность пластины. Умножив обе части уравнения (1) на  $\partial w/\partial t$  и взяв двойной интеграл по области, ограниченной контуром пластинки, получим уравнение изменения энергии пластины:

$$\frac{\partial E(t)}{dt} = N(t), \tag{2}$$

где E(t) — полная энергия пластины

$$E(t) = \frac{1}{2} \int_{S} \left( D\left( \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)^2 \right) + \rho h \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right) ds;$$
(3)

N(t) — мощность сил давления

$$N(t) = \int_{S} \mathbf{p}(x, y, z, t) \mathbf{v}(x, z, t) ds;$$
(4)

*S* — поверхность пластины,  $\mathbf{p} = -p\mathbf{n}$ ;  $\mathbf{n}$  — нормаль к поверхности пластины,  $\mathbf{v}$  — скорость движения точек пластины.

Тогда, учитывая уравнение (2) и выражения (3), (4), изменение энергии за период колебания определяется так:

$$\Delta E = E(T) - E(0) = U = \int_{0}^{T} Ndt = \int_{0}^{T} \int_{S} \mathbf{p}(x, y, z, t) \mathbf{v}(x, z, t) ds dt,$$
(5)

где *Т* — период колебаний.

Поскольку рассчитывается одномодовый флаттер, то собственные формы и частоты колебаний пластины в потоке и в пустоте совпадают и вычисляются стандартными методами. Работа U сил давления (5) на цикле колебаний вычисляется следующим образом. Рассматривается модель течения газа над пластиной. Колебания пластины задаются в виде перемещения соответствующей поверхности расчетной области (сопровождающегося деформацией расчетной сетки) по собственным модам в пустоте:

$$w(x, z, t) = W(x, z)\sin(\omega t), \tag{6}$$

где W(x, z) — собственная форма;  $\omega$  — собственная круговая частота.

Колебание пластины приводит к возмущению давления газа. Если спустя некоторое время после начала колебаний отклик потока на гармоническое движение пластины стал гармоническим, то расчет останавливается и вычисляется работа *U*, совершенная давлением газа на последнем периоде колебаний. Расчеты обтекания колеблющейся пластины проведены методом контрольных объемов в ANSYS CFX. Вычисление работы (5) по результатам расчета осуществляется с помощью специальной программы [12, 13].

### 2.2. КРИТЕРИЙ ФЛАТТЕРА

Покажем, что знак работы *U* есть критерий флаттера. Движение свободной пластины в потоке газа в линейном приближении имеет вид:

$$w(x, z, t) = W(x, z)\sin(\omega t)e^{\delta t},$$
(7)

где **б** — инкремент колебания.

Подставив (7) в (5) с учетом (3), получим зависимость б от U:

$$U = \rho h \omega^2 \frac{e^{2\delta T} - 1}{2} \int_S W^2 ds.$$
(8)

Таким образом,  $\delta > 0$  при U > 0 и  $\delta < 0$  при U < 0. Следовательно, знак U есть критерий возникновения флаттера.

Если работа *U* положительна, то поток энергии направлен от газа к пластине, и колебания пластины будут усиливаться. В противном случае поток энергии будет направлен от пластины к газу. Колебания пластины при этом будут затухать.

В предположении, что  $|\delta T| = 1$ , раскладывая экспоненту в (8) по формуле Тейлора и отбрасывая высшие члены, получим:

$$\delta(U) = \frac{UT}{4\pi^2 \rho h \int_S W^2(x, z) ds}$$

Таким образом, инкремент при малом значении пропорционален работе, совершаемой газом.

#### 2.3. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ

Расчетная область показана на рис. 3. Размер области поперек потока и по высоте выбран так, чтобы возмущения потока после отражения от стенок не попадали на пластину, в результате чего обтекание пластины соответствует безграничному потоку.



Рис. 3. Расчетная область:

*а* — прямоугольная пластина; *б* — трапециевидная пластина; *в* — пластина, имеющая форму параллелограмма

Внутри области методом контрольных объемов решаются уравнения Навье — Стокса. На входе задаются скорость, давление и температура газа; последние соответствуют стандартной атмосфере на уровне моря. На выходе граничных условий не ставится. На остальных стенках расчетной области (включая пластину) задается условие проскальзывания: касательное напряжение и нормальная к поверхности скорость равны нулю. При такой постановке на поверхности пластины не образуется пограничный слой и влияние вязкости не проявляется. Начальное условие — невозмущенное однородное течение во всей области.

Для построения геометрии и сетки используется программа ANSYS ICEM CFD, а для проведения расчетов — ANSYS CFX.

# 3. СОБСТВЕННЫЕ ФОРМЫ И ЧАСТОТЫ ПЛАСТИН

Рассматриваются стальные пластины с толщиной h = 0.001 м. Свойства материала пластины соответствуют стали:  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па, v = 0.3,  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>.

# 3.1. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ПЛАСТИНЫ

Для прямоугольной пластины, шарнирно опертой по всем краям, собственные формы W(x, z) имеют вид:

$$W(x, z) = A\sin\left(\frac{n\pi x}{X}\right)\sin\left(\frac{m\pi z}{Z}\right),$$

где |A| = 1 — амплитуда колебаний; *n* и *m* — количество полуволн в направлении потока и поперек его; *X* и *Z* — длина и ширина пластины. Собственная частота ω, соответствующая этой форме, дается формулой:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \left( \left( \frac{n\pi}{X} \right)^2 + \left( \frac{m\pi}{Z} \right)^2 \right).$$

### 3.2. ПЛАСТИНЫ В ФОРМЕ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА И ТРАПЕЦИИ

Собственные частоты и формы пластин рассчитываются в ABAQUS методом конечных элементов. Геометрия пластин варьируется так, что площадь остается неизменной (рис. 4). Для каждой пластины исследованы моды (1,1) и (2,1) (n = 1, m = 1 и n = 2, m = 1, соответственно). Рассчитанные собственные формы показаны на рис. 5, 6.



Рис. 4. Геометрия пластины: *а* — трапециевидная; *б* — в форме параллелограмма



*а* — мода (1,1); *б* — мода (2,1)

#### Таблица 1

Физические собственные частоты трапециевидных пластин

Физические собственные частоты пластин в форме параллелограмма

|    | $\Omega, c^{-1}$ |            |  |  |
|----|------------------|------------|--|--|
| α  | Мода (1,1)       | Мода (2,1) |  |  |
| 85 | 68.6             | 251.8      |  |  |
| 80 | 68.7             | 251.7      |  |  |
| 75 | 68.7             | 251.4      |  |  |
| 70 | 68.9             | 251.2      |  |  |
| 60 | 69.3             | 250.7      |  |  |
| 50 | 70.1             | 251.1      |  |  |

| ß  | $\Omega, c^{-1}$ |            |  |  |  |
|----|------------------|------------|--|--|--|
| р  | Мода (1,1)       | Мода (2,1) |  |  |  |
| 80 | 70.3             | 259.3      |  |  |  |
| 70 | 75.9             | 283.4      |  |  |  |
| 60 | 87.1             | 332.5      |  |  |  |
| 55 | 96               | 369.5      |  |  |  |
| 50 | 108.2            | 425.1      |  |  |  |

Используя программное обеспечение [12, 13], для собственных форм строятся интерполяционные многочлены Лагранжа. С помощью этих многочленов рассчитанные формы колебания передаются в ANSYS CFX. Результаты вычисления соответствующих собственных частот показаны в таблице 1, 2 (приведены физические частоты  $\Omega$ , связанные с круговыми соотношением  $\omega = 2\pi\Omega$ ).

# 4. ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ

Рассматривается одиночная прямоугольная пластина размером 0.2 × 0.54 м. При исследовании сходимости изменяются параметры численного моделирования обтекания колеблющейся пластины потоком газа.

Сначала исследована зависимость работы давления от периода, на котором она рассчитана (рис. 7). При расчете используется сетка, состоящая из 81 (число узлов вдоль оси x) × 125 (число узлов вдоль оси y) × 76 (число узлов вдоль оси z) узлов. Число узлов вдоль x равно a + b + c, где a — число узлов до пластины, b — число узлов на пластине, c — число узлов после пластины (рис. 8). Как видно на рис. 7, изменение работы становится пренебрежимо малым, начиная с 3-го периода, т. е. отклик потока на гармоническое движение пластины становится также гармоническим. Поэтому в дальнейшем рассматривается работа только на третьем периоде.

Затем исследована сходимость при изменении количества элементов сетки, числа шагов на периоде колебания пластины и невязки решения пространственной задачи на каждом временном шаге. Распределение параметров численного моделирования по расчетным случаям показано в табл. 3. Случаи 1 - 3 отличаются расчетной сеткой; случай 4 отличается от случаев 1 - 3

Таблица З

| Расчетный<br>случай | Сетка (узлы)              |                        |                       |                   |             |            |         |
|---------------------|---------------------------|------------------------|-----------------------|-------------------|-------------|------------|---------|
|                     | Разбиение по х            |                        |                       | Destruction       | Descurre    | Шагов      | Невязка |
|                     | <i>а</i> (до<br>пластины) | <i>b</i> (на пластине) | с (после<br>пластины) | разойение<br>по у | по <i>z</i> | на периоде |         |
| 1                   | 15                        | 41                     | 15                    | 249               | 76          | 100        | 1e-4    |
| 2                   | 15                        | 51                     | 15                    | 125               | 76          | 100        | 1e-4    |
| 3                   | 15                        | 71                     | 15                    | 125               | 76          | 100        | 1e-4    |
| 4                   | 40                        | 91                     | 40                    | 125               | 76          | 100        | 1.5e-4  |
| 5                   | 15                        | 51                     | 15                    | 125               | 76          | 200        | 1e-4    |
| 6                   | 15                        | 51                     | 15                    | 125               | 76          | 100        | 5e-4    |

#### Расчетные случаи



Рис. 7. Зависимость работы сил давления от номера периода

как расчетной сеткой, так и невязкой решения краевой задачи; в случае 5 расчеты проведены с уменьшенным в 2 раза шагом по времени по сравнению со случаем 2; в случае 6 при моделировании было задано значение невязки решения в 5 раз больше, чем в случае 2. На рис. 9 представлен график зависимости работы от числа М для различных расчетных случаев. Видно, что границы флаттера отличаются слабо. Это доказывает сходимость решения по всем параметрам численного моделирования. В дальнейших расчетах используется распределение параметров, соответствующее расчетному случаю 2.



Рис. 8. Разбиение сетки вдоль оси х



Рис. 9. Зависимость работы сил давления от числа М для различных расчетных случаев

### 5. ВЕРИФИКАЦИЯ

Рассматриваются бесконечные серии прямоугольных пластин, шарнирно связанных друг с другом, передние и задние кромки которых также шарнирно оперты. Результаты расчетов сравниваются с результатами вычислений [14], где рассматривалась та же задача и решалась связанная задача колебаний пластины в потоке идеального совершенного газа (рис. 10). На рисунке по вертикальной оси отложено число M, а по горизонтальной оси — безразмерная длина пластины  $L_x$  (длина, отнесенная к толщине). Линиями показаны границы области неустойчивости, рассчитанные численно методом Бубнова — Галеркина с использованием точной теории потенциального течения газа [14], а квадратами обозначены результаты расчета с помощью описываемого в данной работе метода. При  $L_x > 57$  и при достаточно больших  $L_y$  существует диапазон чисел M, в котором пластина неустойчивости разделяется на две подобласти. Первая из них соответствует одномодовому флаттеру и лежит в области меньших  $L_x$ , вторая подобласть соответствует связанному флаттеру.



Рис. 10. Границы флаттера по первой форме

Сравнение результатов, полученных в данной работе, и результатов вычислений [13] показывает удовлетворительное их соответствие. Нашему случаю Z = 0.54 м и h = 0.001 м ближе всего соответствует безразмерная ширина пластины  $L_y = 500$ . При  $L_x > 200$  на результаты расчета оказывает влияние область связанного флаттера: предположение о том, что влияние потока на пластину несущественно, становится неверным в этой области, и форма колебания пластины в потоке изменяется по сравнению с пустотой. По этой причине при  $L_x > 200$  наблюдается расхождение результатов решения связанной задачи аэроупругости [14] и применяемым здесь методом (рис. 10).

### 6. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

### 6.1. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ОДИНОЧНЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН

Сначала рассмотрены одиночные прямоугольные пластины размером  $0.2 \times 0.54$  м. Исследуются моды (1,1) и (2,1). Результаты расчета для моды (1,1) сравниваются с результатами для соответствующей серии пластин. На рис. 11, *а* показан график зависимости работы сил давления от числа M для моды (1,1). Флаттер возникает при  $1.10 \le M \le 1.32$ , а при M < 1.10 и M > 1.32 пластина устойчива по отношению к этой форме колебания. Для моды (2,1) диапазон чисел M,

при которых возникает флаттер, шире, чем для моды (1,1). Как видно на рис. 11,  $\delta$ , флаттер возникает при  $1.13 \le M \le 1.48$ , а при M < 1.13 и M > 1.48 наблюдается устойчивость по этой форме.

Как показывает сравнение результатов расчетов для одиночной прямоугольной пластины и соответствующей серии пластин (рис. 12), флаттер для серии пластин возникает в более узком диапазоне чисел М, чем для одиночной пластины.



Рис. 11. Зависимость работы от числа М (одиночная прямоугольная пластина):

*а* — мода (1,1); *б* — мода (2,1)



Рис. 12. Сравнение одиночной пластины и серии пластин (мода (1,1))

### 6.2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ТРАПЕЦИЕВИДНЫХ ПЛАСТИН

Далее изучены одиночные пластины, имеющие форму равнобедренной трапеции при разных значениях угла  $\alpha$  (см. рис. 4, *a*), площадь пластин при этом остается неизменной. Исследуется зависимость работы сил давления от числа M для моды (1,1) и (2,1). Сравниваются результаты расчетов для трапециевидных и прямоугольных пластин.

Результаты расчетов (рис. 13, *a*) для моды (1,1) показывают, что для пластин с углами  $\alpha = 85, 80, 75, 70, 60^{\circ}$ флаттер наблюдается при  $1.1 \le M \le 1.32$ , а с  $\alpha = 50^{\circ}$  — при  $1.1 \le M \le 1.31$ . Таким образом, при изменении угла  $\alpha$  границы флаттера для моды (1,1) изменяются незначительно.

Аналогичная ситуация наблюдается для моды (2,1). Как видно на рис. 13,  $\delta$ , для пластин с углом  $\alpha = 80^{\circ}$  флаттер возникает при  $1.13 \le M \le 1.48$ ; с  $\alpha = 70^{\circ}$  — при  $1.14 \le M \le 1.46$ ; с  $\alpha = 60^{\circ}$  — при  $1.13 \le M \le 1.45$ ; а для пластин с  $\alpha = 50^{\circ}$  — при  $1.13 \le M \le 1.46$ .

Сравнение результатов расчетов (рис. 13, a,  $\delta$ ) для пластин в форме трапеции и прямоугольника показывает, что границы флаттера трапециевидных пластин при различных значениях угла  $\alpha$  близки к границам флаттера прямоугольных пластин. Также незначительно меняется работа, а значит, и инкременты колебаний. Таким образом, можно заключить, что придание панелям общивки летательного аппарата формы трапеции не является эффективным средством борьбы с одномодовым флаттером.



Рис. 13. Зависимость работы сил давления от числа М (сравнение результатов расчетов прямоугольных и трапециевидных пластин):

*а* — мода (1,1); *б* — мода (2,1)

### 6.3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ПЛАСТИН В ФОРМЕ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Рассматриваются пластины в форме параллелограмма при разных значениях угла  $\beta$  (см. рис. 4,  $\delta$ ). Для каждой пластины исследуются моды (1,1) и (2,1). Как и для трапеций, сравнивались результаты для пластин в форме параллелограмма и прямоугольника. Расчеты для моды (1,1) показывают (рис. 14, *a*), что флаттер возникает только для пластин с углом  $\beta = 80^{\circ}$ при 1.12  $\leq$  M  $\leq$  1.32. При M < 1.12 и M > 1.32 для пластины с  $\beta = 80^{\circ}$  и при M  $\leq$  1.5 для пластин с  $\beta = 50, 55, 60, 70^{\circ}$  вычисленная работа отрицательна, т. е. имеется устойчивость по этой форме. Результаты для разных значений углов  $\beta$  при этом существенно отличаются друг от друга.

Как видно на рис. 14,  $\delta$ , при расчете моды (2,1) флаттер наблюдается для пластины с  $\beta = 55^{\circ}$  при  $1.53 \le M \le 1.65$ ; с  $\beta = 60^{\circ}$  при  $1.4 \le M \le 1.64$ ; с  $\beta = 70^{\circ}$  при  $1.22 \le M \le 1.56$ ; с  $\beta = 80^{\circ}$  при  $1.15 \le M \le 1.5$ . При уменьшении угла  $\beta$  происходит сдвиг границ флаттера в сторону больших М и уменьшение длины диапазона чисел М, где возникает флаттер.

Таким образом, при уменьшении значения угла  $\beta$  увеличивается различие между границами флаттера пластин в форме параллелограмма и прямоугольных пластин. Как показывает сравнение соответствующих результатов расчетов (рис. 14, *a*, *б*), придание панелям обшивки летательного аппарата формы параллелограмма даже с незначительным углом скоса существенно повышает их аэроупругую устойчивость при трансзвуковых и малых сверхзвуковых скоростях потока.



Рис. 14. Зависимость работы сил давления от числа М (пластина в форме параллелограмма):

*а* — мода (1,1); *б* — мода (2,1)

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью энергетического метода исследована устойчивость пластин, имеющих в плане форму прямоугольника, трапеции и параллелограмма, в трансзвуковом потоке газа, где возможно возникновение одномодового флаттера.

Сравнение расчетов для бесконечных серий прямоугольных пластин с результатами работы [14], где решалась связанная задача аэроупругих колебаний пластины, позволяет верифицировать описанный метод и его применимость к пластинам сложной формы.

Сравнение результатов расчетов для пластин в форме трапеции и параллелограмма и для прямоугольных пластин показало, что границы флаттера трапециевидных пластин близки к границам флаттера прямоугольных пластин и что границы флаттера пластин в форме параллелограмма при уменьшении острого угла начинают резко отличаться от границ флаттера прямоугольных пластин.

Полученные результаты показывают, что придание панелям обшивок летательного аппарата формы параллелограмма может быть эффективным методом подавления одномодового флаттера при трансзвуковых и малых сверхзвуковых скоростях полета.

Работа поддержана грантом Президента РФ МД-4544.2015.1

### ЛИТЕРАТУРА

1. З в е р е в А. Я., Л е с ных Т. О., Паранин Г. В. Исследование эффективности применения вибропоглощающего материала с армирующим слоем для повышения звукоизоляции элементов конструкции фюзеляжа // Ученые записки ЦАГИ. 2016. Т. XLVII, № 2, с. 82 — 91.

2. В еденеев В. В., Гувернюк С. В., Зубков А. Ф., Колотников М. Е. Экспериментальное исследование одномодового панельного флаттера в сверхзвуковом потоке газа // Изв. РАН. МЖГ. 2010. № 2, с. 161 — 175.

3. V e d e n e e v V. V. Effect of damping on flutter of simply supported and clamped panels at low supersonic speeds // J. of Fluids and Structures. 2013. V. 40, p. 366 — 372.

4. B o n d a r e v V. O, V e d e n e e v V. V. Short-wave instability of elastic plates in supersonic flow in the presence of the boundary layer // J. Fluid Mech. 2016. In press (accepted).

5. Alder M. Development and validation of a fluid-structure solver for transonic panel flutter // AIAA Journal. 2015. V. 53, p. 3509 — 3521.

6. V i s b a l M. Viscous and inviscid interactions of an oblique shock with a flexible panel // J. of Fluids and Structures. 2014. V. 48, p. 27 — 45.

7. V e d e n e e v V. V. Interaction of panel flutter with inviscid boundary layer instability in supersonic flow // J. Fluid Mech. 2013. V. 736, p. 216 — 249.

8. H a s h i m o t o, A., A o y a m a, T., N a k a m u r a, Y. Effects of turbulent boundary layer on panel flutter // AIAA Journal. 2009. V. 47(12), p. 2785 — 2791.

9. D o w e11 E. H. Generalized aerodynamic forces on a flexible plate undergoing transient motion in a shear flow with an application to panel flutter // AIAA Journal. 1971. V. 9, N 5, p. 834 — 841. = Дауэлл Е. Обобщённые аэродинамические силы, действующие на упругую поверхность при её нестационарном движении в потоке со сдвигом, применительно к исследованию флаттера панели // Ракетная техника и космонавтика. 1971. Т. 9, № 5, с. 80 — 88.

10. M i l e s J. W. On panel flutter in the presence of a boundary layer // Journal of the aero/space sciences. 1959. V. 26, N 2, p. 81 — 93, 107. = Дж. Майлс. О флаттере панелей с учетом пограничного слоя // Механика. Сб. переводов. 1959. № 4, с. 97 — 122.

11. V e d e n e e v V. V. Numerical analysis of single mode panel flutter in a viscous gas flow // Proceedings of the ASME 2010 3rd Joint US-European fluids engineering summer meeting and  $8^{\text{th}}$  International conference on nanochannels, microchannels, and minichannels. — Montreal, 2010.

12. Веденеев В. В., Колотников М. Е., Макаров П. В., Фирсанов В. В. Трехмерное моделирование флаттера лопаток компрессоров современных ГТД // Вестник СГАУ. 2011. № 3(27), с. 47 — 56.

13. V e d e n e e v V. V., K o l o t n i k o v M. E., M a k a r o v P. V. Experimental validation of numerical blade flutter prediction // J. of Prop. and Pow. 2015. V. 31, N 5, p. 1281 — 1291.

14. Шитов С. В., Веденеев В. В. Флаттер периодически подкреплённой упругой полосы в потоке газа с малой сверхзвуковой скоростью // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2015. № 3, с. 105 — 126.

15. В о л ь м и р А. С. Гибкие пластинки и оболочки. — М.: Гос. изд. техн.-теор. лит., 1956, 419 с.